Symmetry: Art and Science
Gmuend, Austria, 2010

SYMMETRIEN IN PARTIALTONSTRUKTUREN VON ZWEIKLÄNGEN UND DIE ENTSTEHUNG VON KOMBINATIONSTÖNEN

ANGELA LOHRI

Name: Angela Lohri, violinist, PhD student (supervisor Univ. Prof. Dr. Werner Schulze)
Address: Internationales Harmonik Zentrum, Universität für Musik und darstellende Kunst Wien, Anton-von-Webern-Platz 1, 1030 Wien, Austria.
E-mail: angela.lohri@gmx.ch
Fields of interest: Music, musical acoustics, mathematics in music theory, harmonic research
Writings: *Die syntonische Skala und die Differenztöne: Ihre Bedeutung und ihre Anwendung im Violinunterricht*, Hochschule der Künste Bern, 2008

Abstract: *The appearance of combination tones in violins is presently investigated at the University of Music and Performing Arts Vienna. The phenomenon may stimulate fundamental research on relations of tone. Simultaneous intervals and their associated combination tones can be analysed by acoustic or harmonic methods. Comparing spectra of recorded double sounds with a specially devised tone matrix we can see characteristic mirror and point symmetries. Combination tones represent new added frequencies in the tone spectrum and may therefore influence the timbre of musical intervals played on the violin. It is hoped that this research, a combination of theoretical and practical approaches, will lead to results relevant for composers, interpreters and music acousticians.*

KOMBINATIONSTÖNE ALS AKUSTISCHES PHÄNOMEN IN DER MUSIK

Kombinationstöne entstehen beim Spielen von Zweiklängen. Sie können sowohl innerhalb als auch außerhalb des Ohres zustande kommen. Im letzeren Fall haben sie eine physikalische Realität und können gemessen werden. Im Dezember 2009 wurden am Institut für musikalische Akustik an der Universität für Musik und darstellende Kunst Wien erste Messungen durchgeführt, die Kombinationstöne auf der Violine physikalisch nachwiesen. Diese Aufnahmen wurden harmonikal und akustisch analysiert.

Kombinationstöne entstehen durch das Kombinieren verschiedener Frequenzen. Dieser Vorgang geschieht nicht nur zwischen den Grundtönen, sondern auch zwischen deren Partialtönen. Das Kürzen der Schwingungsverhältnisse in möglichst einfache Proportionen erleichtert die Analyse und ermöglicht eine aussagekräftige, harmonikale Interpretation. Die Tonbeziehung des Grundintervalls (A1/B1) ist maßgebend für die Bildung der Kombinationstöne. Eine systematische Darstellung von Kombinationstönen kann in Form einer Ton-Matrix erfolgen (siehe Abb. 2), welche die Tonbeziehungen und den Ursprung aller auftretenden Töne zeigt.

SPIEGELSYMMETRIEN IM TON-SPEKTRUM

Die Partialtöne jedes Intervalls mit beliebigem Schwingungsverhältnis A1/B1 erzeugen charakteristische Symmetrien, welche direkt vom Schwingungsverhältnis A1/B1 abhängig sind (im Beispiel Abb. 1 die Terz 6/5). Die ausgeprägtesten Symmetrieachsen befinden sich jeweils bei den gemeinsamen Obertönen.

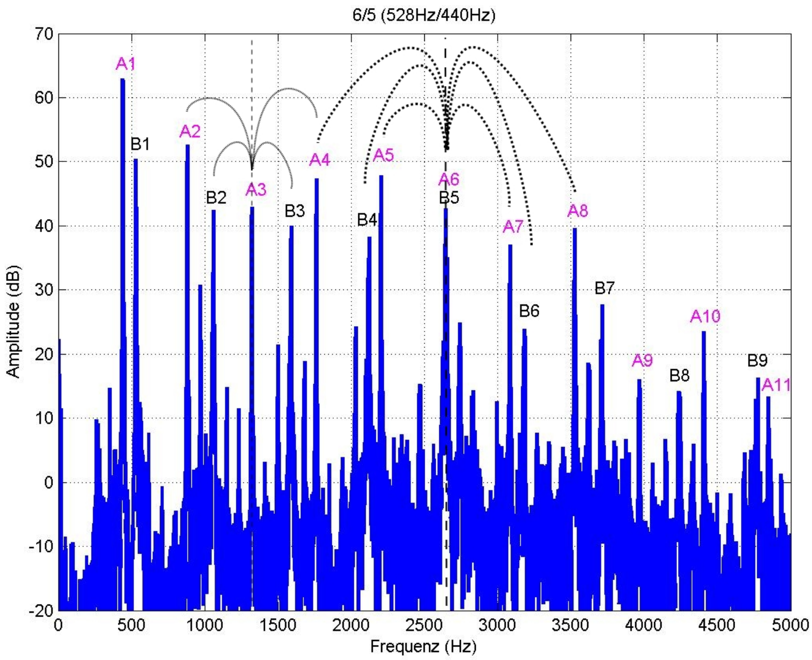

Abbildung 1: Frequenz-Spektrum einer Terz 6/5 (entspricht B1/A1) gespielt auf einer Violine. Die Frequenzen auf der x-Achse sind linear dargestellt. Bei Frequenzen, die weder zur Partialtonreihe A noch B gehören, handelt es sich um Kombinationstöne. (Aufnahme: Angela Lohri und Sandra Carral, Institut für musikalische Akustik an der Universität für Musik und darstellenden Kunst Wien, Dezember 2009)

Eine zweite Symmetrieebene zeigt sich in der geometrischen Mitte zwischen 0 Hz und dem ersten gemeinsamen Oberton, sowie zwischen allen weiteren gemeinsamen Obertönen.

Bei Intervallen, welche durch eine ungerade und eine gerade Zahl erzeugt werden (z.B. 6/5, 7/4), fällt diese Symmetrieachse auf einen Partialton, bei Intervallen, welche aus zwei ungeraden Verhältniszahlen entstehen (z.B. 5/3, 9/5), fällt sie in einen Zwischenraum.

PUNKTSYMMETRIEN IN DER TON-MATRIX

Die entsprechenden Symmetrien können auch in einer Matrix dargestellt werden. Der obere Quadrant enthält Kombinationstöne, welche durch Subtraktion erzeugt werden (Differenztöne). Im unteren Quadranten sind die so genannten Summationstöne vorzufinden, welche durch das Summieren zweier Partialtöne entstehen.

70	-64	-58	-52	-46	-40	-34	-28	-22	-16	-10	-4	2
65	-59	-53	-47	-41	-35	-29	-23	-17	-11	-5	1	7
60	-54	-48	-42	-36	-30	-24	-18	-12	-6	0	6	12
55	-49	-43	-37	-31	-25	-19	-13	-7	-1	5	11	17
50	-44	-38	-32	-26	-20	-14	-8	-2	4	10	16	22
45	-39	-33	-27	-21	-15	-9	-3	3	9	15	21	27
40	-34	-28	-22	-16	-10	-4	2	8	14	20	26	32
35	-29	-23	-17	-11	-5	1	7	13	19	25	31	37
30	-24	-18	-12	-6	0	6	12	18	24	30	36	42
25	-19	-13	-7	-1	5	11	17	23	29	35	41	47
20	-14	-8	-2	4	10	16	22	28	34	40	46	52
15	-9	-3	3	9	15	21	27	33	39	45	51	57
10	-4	2	8	14	20	26	32	38	44	50	56	62
5	1	7	13	19	25	31	37	43	49	55	61	67
0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
-5	11	17	23	29	35	41	47	53	59	65	71	77
-10	16	22	28	34	40	46	52	58	64	70	76	82
-15	21	27	33	39	45	51	57	63	69	75	81	87
-20	26	32	38	44	50	56	62	68	74	80	86	92
-25	31	37	43	49	55	61	67	73	79	85	91	97
-30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102
-35	41	47	53	59	65	71	77	83	89	95	101	107

Abbildung 2: Vertikal und horizontal mit Rahmen versehen die Primärtöne A1 und B1 mit deren Partialtonreihen, welche sich theoretisch ins Unendliche fortsetzen. Kombinationstöne, welchen in der Matrix ein Minuszeichen voransteht, entstehen aufgrund mathematischer Konsequenz. Sie sind praktisch aber von gleicher Bedeutung wie die positiven Werte. Kombinationstöne, welche mit Partialtönen von A oder B zusammenfallen, sind auf weißen Flächen dargestellt.

In den Quadranten sind identische Tonfelder mit der gleichen Graustufe schattiert. Ihre Größe ist bestimmt durch A1*B1 und variiert folglich je nach Intervall. Je komplexer ein Zahlenverhältnis, desto größer die Tonfelder und desto mehr zusätzliche Ton-Qualitäten kommen ins Spiel.
Die Tonfelder, welche hier im hellsten Grauton abgebildet sind, weisen ein spezielles Charakteristikum auf, das sie von den anderen Tonfeldern abhebt: Sie enthalten Zahlen, die *nur* durch Subtraktion zustande kommen (Differenztöne). Die Zahlen innerhalb eines solchen Tonfeldes sind punktsymmetrisch angeordnet. Der Symmetriepunkt befindet sich im Mittelpunkt des Feldes. Er entspricht der

zweitgenannten, untergeordneten Symmetrieachse im Tonspektrum und ist die natürliche Konsequenz einer Struktur, welche durch die übergeordnete Achse vorgegeben ist. Die Analogie zu den Haupt-Symmetrieachsen finden wir in der Matrix bei den sich in regelmäßigen Abständen wiederholenden Nullpunkten, welche aufgrund zusammenfallender Obertöne entstehen. Die Punktsymmetrie, die ihren Ursprung im oberen Quadranten hat, determiniert die gesamte Matrix und setzt ihre Logik ohne Unterbruch auch im unteren Quadranten fort.
Differenztöne und Summationstöne haben im Zweiklang offensichtlich eine unterschiedliche Bedeutung. Beim Vergleichen der Zahlenwerte vom unteren und oberen Quadranten fällt auf, dass Summationstöne lediglich Zahlen entsprechen, welche auch bereits im Differenztonquadranten vorkommen. Umgekehrt existieren aber Differenztöne (im hellsten Grauton gekennzeichnet), welche *nur* im Differenztonquadranten vorkommen. Es bleibt zu erforschen, ob Summationstöne überhaupt als gesonderte Art zu behandeln sind oder als Differenztöne höherer Ordnungen angesehen werden könnten.

Ausgehend von den Nullpunkten, in je entgegengesetzter Richtung, verlaufen Zahlenreihen beginnend mit der Basis 1, welche die gleiche Struktur wie Obertonreihen aufweisen (1:2:3:4:5:...). Die Steilheit dieser Verbindungslinien variiert je nach Zahlenverhältnis. Bei überteiligen Verhältnissen – die beiden Proportionszahlen unterscheiden sich um 1 - bildet sich eine Diagonale bei genau 45 Grad (vgl. Abb. 2). Es kristallisiert sich folgende Regel heraus: Je weiter entfernt ein Intervall von einem überteiligen Verhältnis ist, desto stärker weicht sie von einer 45 Grad-Diagonalen ab (vgl. Abb. 3).

28	-26	-24	-22	-20	-18	-16	-14	-12	-10	-8	-6	-4
21	-19	-17	-15	-13	-11	-9	-7	-5	-3	-1	1	3
14	-12	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6	8	10
7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11	13	15	17
0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
-7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31
-14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38

Abbildung 3: Die Proportionalitäts-ketten x:(x+1):(x+2):(x+3):… befinden sich auf parallelen Diagonalen.

Select references

von Helmholtz, Hermann, *Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik*, Dritte Ausgabe, Frankfurt/Main: Minerva-Verlag, 1870

Hesse, Horst-Peter, *Grundlagen der Harmonik in mikrotonaler Musik*, Innsbruck: Edition Helbling, 1989

Hindemith, Paul, *Unterweisung im Tonsatz, I. Theoretischer Teil*, Mainz: Schott, 1937, p.75-p.98

Husmann Heinrich, *Vom Wesen der Konsonanz*, Heidelberg: Müller-Thiergarten-Verlag, 1953

Levarie/Levy, *Tone*, Kent (Ohio): Published by the Kent State University Press, 1968

Lohri, Angela, *Die syntonische Skala und die Differenztöne: Ihre Bedeutung und ihre Anwendung im Violinunterricht*, [Diplomarbeit], Bern: Hochschule der Künste Bern, 2008

Vogel, Martin, *Die Lehre von den Tonbeziehungen*, Bonn: Verlag für Systematische Musikwissenschaft, 1975